Exercices manuel Chapitre 6

N°55 p 370

1. On applique la deuxième loi de Newton, au système {ballon} supposé ponctuel, de masse m constante, dans le référentiel du sol supposé galiléen.

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

Seule la force poids $\vec{P}$ est prise en considération car l'action de l'air négligée.

$\vec{P} = m\vec{a} \rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \rightarrow \vec{g} = \vec{a}$

En utilisant le repère (Oxy) indiqué, on vérifie que $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$.

2. En primitivant les coordonnées du vecteur accélération :

$\vec{V}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{cases}$ or $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = v_0 = C_1 \\ V_{oy} = 0 = C_2 \end{cases}$ donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$

On nomme B le point modélisant le centre du ballon.
En primitivant les coordonnées du vecteur vitesse :

$\overrightarrow{OB}\begin{cases} x = v_0 t + C_3 \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + C_4 \end{cases}$ or $\overrightarrow{OB}(t=0)\begin{cases} x(0) = 0 = C_3 \\ y(0) = OB_0 = h = C_4 \end{cases}$ donc $\overrightarrow{OB}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$.

Déterminons l'expression de la trajectoire du point B : $x = v_0 t$ donc $t = \dfrac{x}{v_0}$.

On reporte cette expression du temps dans l'expression de l'ordonnée $y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + h$

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + h \text{ soit } y(x) = -\frac{gx^2}{2v_0^2} + h$$

3. Lorsque le ballon touche le sol alors son centre d'inertie se situe à l'altitude $y = r$. Il touche le sol avant la ligne de fond si la solution de l'équation $y(x)$ = 0,10 m donne une valeur de x inférieure à L = 18,0 m :

$$r = -\frac{g.x^2}{2.v_0^2} + h \Leftrightarrow \frac{gx^2}{2v_0^2} = h - r \Leftrightarrow x^2 = \frac{2v_0^2(h-r)}{g}$$

En ne gardant que la solution positive : $x = \sqrt{\dfrac{2v_0^2(h-r)}{g}}$ soit $x = v_0\sqrt{\dfrac{2(h-r)}{g}}$

$x = 21{,}0 \times \sqrt{\dfrac{2\times(3{,}5-0{,}10)}{9{,}81}}$ **= 17 m < L** *avec deux chiffres significatifs*

Le centre du ballon touche le sol avant la ligne de fond.

Remarque : On suppose que l'oubli du rayon du ballon ne sera pas sanctionné.
Version sans tenir compte du rayon :

$$0 = -\frac{g.x^2}{2.v_0^2} + h \Leftrightarrow \frac{gx^2}{2v_0^2} = h \Leftrightarrow x^2 = \frac{2.v_0^2.h}{g}$$

En ne gardant que la solution positive : $x = \sqrt{\dfrac{2.v_0^2.h}{g}}$ soit $x = v_0\sqrt{\dfrac{2.h}{g}} \rightarrow x = 21{,}0 \times \sqrt{\dfrac{2\times 3{,}5}{9{,}81}}$ **= 18 m ~ L**

4.1. Énergie cinétique : $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2$

Énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = m.g.y$

Énergie mécanique : $E_m = E_c + E_{pp}$

4.2. La courbe 3 est une droite horizontale. En négligeant les actions de l'air, l'énergie mécanique du ballon reste constante au cours du mouvement. La **courbe 3** est donc celle de **l'énergie mécanique**.
L'énergie associée à la **courbe 1** diminue jusqu'à s'annuler. Elle correspond à **l'énergie potentielle de pesanteur** car y diminue jusqu'à devenir nul lorsque $y = 0$.
La **courbe 2** correspond donc à celle de **l'énergie cinétique**. Cette énergie augmente car au cours de la chute du ballon, la vitesse du ballon augmente.
4.3. Comme E_m est constante au cours du mouvement on a :
$E_m(t=0) = E_m(t_{sol})$ où t_{sol} est la date pour laquelle le ballon touche le sol à la vitesse v_{sol}.

$\frac{1}{2}m.v_0^2 + m.g.h = \frac{1}{2}.m.v_{sol}^2 + 0$ *car $y(t_{sol}) = 0$ m*

On multiplie par 2/m.

$v_0^2 + 2.g.h = v_{sol}^2 \rightarrow v_{sol} = \sqrt{v_0^2 + 2.g.h} \rightarrow v_{sol} = \sqrt{21{,}0^2 + 2 \times 9{,}81 \times 3{,}5}$ = ***23 m.s^{-1}.***

5. Les frottements de l'air s'opposent au mouvement du ballon. Cela justifie le fait que la vitesse du ballon lorsqu'il touche le sol est plus petite que celle calculée.

6. Réception du ballon par un joueur de l'équipe adverse
Le joueur J est situé sur la ligne de fond en $x_J = L = 18{,}0$ m à la date $t = 0$ s et se déplace vers le filet avec une vitesse v_J , à déterminer, afin de réceptionner le ballon au point R.

Lorsque le joueur réceptionne le ballon à la date t_R à la hauteur $h_R = 0{,}80$ m, le centre B du ballon est situé à l'altitude $y_B = h_R$, on a :

$$\begin{cases} x_B(t_R) = x_J(t_R) \\ y_B(t_R) = y_J(t_R) \end{cases} \quad \textit{soit} \quad \begin{cases} v_0.t_R = L - v_J.t_R \ (1) \\ -\frac{1}{2}.g.t_R^2 + h = h_R \ (2) \end{cases}$$

De l'équation (2), on tire la valeur de t_R.

(2) : $-\frac{1}{2}gt_R^2 + h = h_R \Leftrightarrow \frac{1}{2}gt_R^2 = h - h_R \Leftrightarrow t_R^2 = \frac{2(h-h_R)}{g}$

finalement : $t_R = \sqrt{\frac{2(h-h_R)}{g}}$. $t_R = \sqrt{\frac{2\times(3{,}5-0{,}80)}{9{,}81}}$ = ***0,74 s***

Après calcul de t_R, on calcule l'abscisse du ballon $x(t_R) = v_0.t_R = 21{,}0\times0{,}74 = 15{,}6$ m
Le joueur doit alors parcourir la distance $L - x(t_R)$ pendant la durée t_R.
Il doit se déplacer à la vitesse moyenne $v = \frac{L - x(t_R)}{t_R} \rightarrow v = \frac{18{,}0-15{,}6}{0{,}74}$ *= 3,2 m.s^{-1} = 12 km.h^{-1}*

N°54 p 369

54 1. Le proton subit la force électrique : $\vec{F} = q\vec{E}$
Comme $q = e$, on obtient : $\vec{F} = e\vec{E}$
En norme : $F = eE = \frac{eU}{d}$
Application numérique :
$F = \frac{1{,}60\times10^{-19}\times2\times10^{6}}{4} = 8\times10^{-14}$ N
2. La norme du poids est $P = mg$.
$P = 1{,}67\times10^{-27}\times9{,}81 = 1{,}64\times10^{-26}$ N

$$\frac{F}{P} = \frac{8 \times 10^{-14}}{1{,}64 \times 10^{-26}} = 5 \times 10^{12}$$

La force électrique est 10^{12} fois plus grande, en norme, que le poids. Le poids est donc négligeable.

3. La particule étant positive, l'armature A doit être chargée positivement (et B négativement) pour qu'il y ait accélération. On en déduit que l'armature A est reliée à la borne positive du générateur.

4.1. À l'instant initial, la vitesse de l'ion est nulle, son énergie cinétique aussi $E_c(\text{I}) = 0$.

À la sortie de l'accélérateur, l'énergie cinétique de l'ion est $E_c(\text{F})$.

Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :

$$W_{\text{IF}}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{\text{IF}} = Fd$$

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$ et que $q = e$ est positif, $W_{\text{IF}}(\vec{F}) = eEd$.

Comme la norme du champ électrique est $E = \frac{U}{d}$:

$$W_{\text{IF}}(\vec{F}) = e\frac{U}{d}d = eU$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$E_c(\text{F}) - E_c(\text{I}) = W_{\text{IF}}(\vec{F}) = eU$ soit $E_c(\text{F}) = eU$.

Avec $U = 2$ MV, $E_c(\text{F}) = 2$ MeV.

Cette énergie est bien située entre 1,4 et 4 MeV.

4.2. $E_c(\text{F}) = \frac{1}{2}mv_f^2$ d'où $\frac{1}{2}mv_f^2 = eU$

On obtient :

$$v_f = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{6}}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = 2 \times 10^{7}\ \text{m·s}^{-1}$$

5.1. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$.

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

$q = e$ et $\vec{E} = E\vec{i}$ donc $\vec{a} = \frac{e}{m}E\vec{i}$ soit $\vec{a} = \frac{eU}{md}\vec{i}$.

On en déduit que l'accélération est uniquement dirigée selon l'axe (Ox) : $a_x = \frac{eU}{md}$

5.2. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et $\vec{a} = \frac{eU}{md}\vec{i}$

Il vient, en projection sur $\vec{i}$: $\frac{dv_x}{dt} = \frac{eU}{md}$

La primitive est $v_x(t) = \frac{eU}{md}t + C_1$, avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi, $v_x(t) = \frac{eU}{md}t$. Cela s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = \frac{eU}{md}t$.

La primitive est $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe : $x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t^2$.

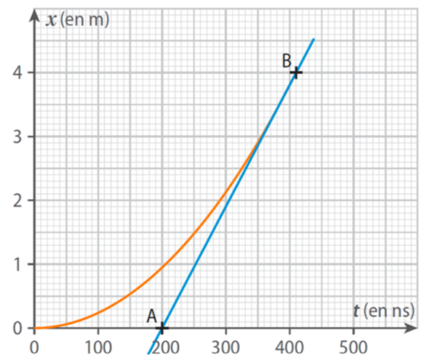
On peut trouver la vitesse finale atteinte en cherchant la vitesse atteinte lorsque $x(t_f) = d$.

Dans ce cas : $\frac{1}{2}\frac{eU}{md}t_f^2 = d$ soit $t_f = d\sqrt{\frac{2m}{eU}}$

En remplaçant cette expression dans l'expression de la vitesse, on obtient : $v_f = v_x(t_f) = \frac{eU}{md}t_f$ soit $v_f = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

On retrouve l'expression (et donc la valeur) du 4.2.

5.3.



Le graphique montre la distance x parcourue par l'ion en fonction du temps t.

La vitesse est la dérivée par rapport à t de l'abscisse (le mouvement est unidirectionnel). Celle-ci correspond à la pente de la tangente au point considéré. Cette pente passe par deux points mesurables aisément :

$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{4{,}0 - 0}{410 \times 10^{-9} - 200 \times 10^{-9}} = 1{,}9 \times 10^{7}\ \text{m·s}^{-1}$$

On retrouve la valeur calculée, à la précision de la mesure près.

6. L'intensité est : $I = \frac{Q}{\Delta t}$ d'où $Q = I\Delta t$

Comme la charge apportée est la charge des N protons émis : $Nq = Q$ soit $N = \frac{I\Delta t}{q}$

Application numérique pour une minute de fonctionnement :

$$N = \frac{50 \times 10^{-9} \times 1 \times 60}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 1{,}9 \times 10^{13}$$

Soit une quantité de matière de protons :

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{1{,}9 \times 10^{13}}{6{,}02 \times 10^{23}} = 3{,}2 \times 10^{-11}\ \text{mol}$$