C06 - Exercices type bac

Exercice n°1 : ISS (2ème loi de Newton)

Le français Thomas Pesquet et ses trois camarades astronautes se sont envolés le 23 avril 2021 vers la Station Spatiale Internationale (ISS) pour une mission de 6 mois à bord de la capsule Crew Dragon.
Le décollage de la fusée Falcon 9 au sommet de laquelle se trouve le module Crew Dragon, suivi de la mise en orbite de la capsule ont eu lieu avec succès.
Décollage de la fusée
À l'instant initial et tout au long du décollage, le mouvement de la fusée, dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen, est à peu près rectiligne, vertical et vers le haut.
On néglige toute action exercée par l'air devant le poids de la fusée ou devant la force de poussée.
Données :
- vitesse du son dans l'air : v_{son} = 340 m.s^{-1}
- intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre : g = 9,81 m·s^{-2}

Au décollage, la masse totale de la fusée est égale à m = 595 tonnes. Dans la suite, on considèrera cette masse comme à peu près constante.

1) Exprimer puis calculer le poids P de la fusée au décollage.

Le premier étage de la fusée est équipé de 9 moteurs qui génèrent chacun une force de poussée égale à f = 845 kN.

2) En déduire la force totale de poussée F au décollage.
3) Établir l'expression de l'accélération initiale a de la fusée. La calculer.

Une minute après le lancement, Falcon 9 atteint la vitesse du son. Les forces qui s'exercent sur la fusée sont variables au cours du mouvement.

4) Calculer l'accélération moyenne a_{moy} de la fusée entre le décollage et l'instant où la fusée atteint la vitesse du son.
5) Comparer les accélérations a et a_{moy}.

Exercice n°2 : Vol d'un parapente (2ème loi de Newton)

On étudie le vol d'un parapente et de son pilote assimilé à un point matériel G (figure 1.) situé au centre de masse du système {pilote + parapente}. Un vol droit équilibré est un vol au cours duquel la trajectoire est rectiligne et **sans variation de vitesse**. L'air environnant est supposé immobile.

Étude cinématique
On observe un parapente en vol droit équilibré (figure 1). On se demande s'il s'agit d'une voile d'école ou de compétition.

Le mouvement du système est contenu dans un plan vertical muni du repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Depuis le sol, on filme le mouvement. Puis on pointe les positions successives de G.

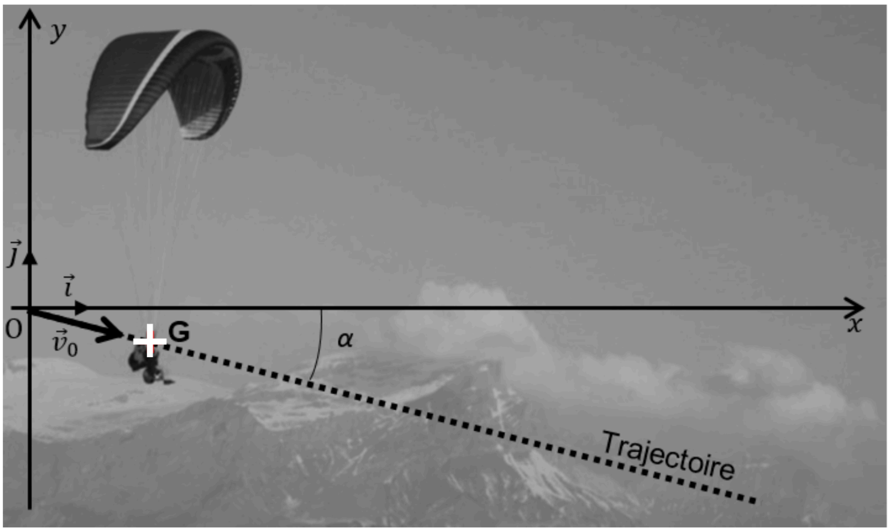


Figure 1. Pointage des positions du centre de masse G du système {pilote + parapente} au cours d'un vol droit équilibré.

Les coordonnées cartésiennes de G(*x*,*y*), dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, obtenues après modélisation s'expriment en fonction du temps :

$$\begin{cases} x(t) = 11{,}0 \times t \\ y(t) = -1{,}1 \times t \end{cases}$$

Dans ces relations, $x(t)$ *et* $y(t)$ sont exprimés en mètres et t en secondes.

1) Déterminer les composantes du vecteur vitesse du système puis la valeur de la vitesse du système en m.s^{-1} puis en km.h^{-1} du parapentiste.
2) Vérifier, à partir des résultats de la question précédente, la nature rectiligne uniforme du mouvement. En déduire son vecteur accélération.
3) Calculer l'angle de plané α(figure1).

Étude dynamique

Au cours du mouvement d'un corps dans un fluide, il apparaît deux forces de contact qu'exerce le fluide sur le corps :

- la traînée $\vec{T}$, de direction identique au vecteur vitesse mais dont le sens est opposé au sens du vecteur vitesse,
- la portance $\overrightarrow{F_P}$, dont la direction est perpendiculaire à celle du vecteur vitesse et dans le plan (xOy).

Les forces qui s'appliquent sur le système {pilote + parapente} sont le poids $\vec{P}$, la traînée $\vec{T}$ et la portance $\overrightarrow{F_P}$. La masse de l'ensemble du système est m = 87,7 kg.
Le parapentiste effectue un vol droit équilibré avec une vitesse par rapport au sol de v = (11 ± 1) m·s^{-1} faisant un angle α = 5,7 ° par rapport à l'horizontale.

<u>Données</u> :

- intensité du champ de pesanteur terrestre = g = 9,80 m.s^{-2}
- expression de l'intensité de la traînée T : $T = \frac{1}{2} \times \rho \times\ v^2 \times S \times C_x$

avec ρ : masse volumique de l'air à l'altitude de vol ρ = 1,14 kg·m^{-3}
v : vitesse du corps en m.s^{-1}
S : surface de référence en m : la voile du parapente étudié a une surface de référence de S = 22,6 m^2
C_x : le coefficient de traînée, sans unité, reflète l'aérodynamisme dépendant de la forme. Il dépend de la forme du corps en mouvement dans le fluide.

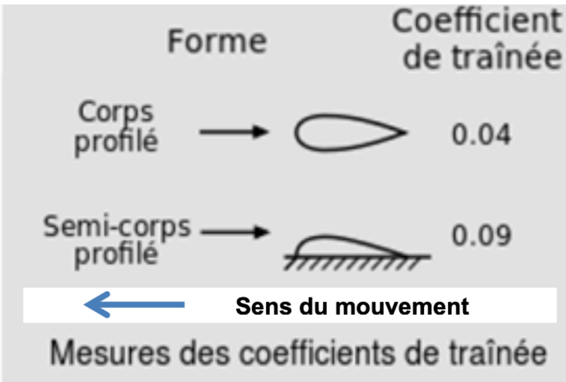


Figure 2. Valeurs de C_x en fonction de la forme de l'objet.

- L'accord entre le résultat d'une mesure m_{mes} auquel est associé une incertitude- type $u(m)$, et une valeur dite de référence $m_{\text{réf}}$ peut être évalué en calculant le quotient :

$$\frac{|m_{mes} - m_{réf}|}{u(m)}$$

C'est un nombre positif exprimé avec un seul chiffre significatif.
Dans cette étude, le résultat de la mesure sera considéré en accord avec la valeur de référence si ce quotient est inférieur ou égal à 3.
On considère en première approximation que l'incertitude-type sur le coefficient de traînée est donné par : $u(C_x) = 2 \times C_x \times \left(\frac{u(v)}{v}\right)$

4) À l'aide de la deuxième loi de Newton, obtenir une relation entre $T,\ m,\ g$ et α. On pourra utiliser la direction de la trajectoire comme axe de projection.
5) En déduire le coefficient C_x en fonction de $m,\ g,\ \alpha,\ \rho,\ v$ et S. Présenter le résultat accompagné de son incertitude-type associée.
6) Déterminer la forme de la voile et vérifier que le résultat de la mesure est en accord avec la valeur de référence.

<u>Exercice n°3 : Le rugby (Mouvement dans un champ de pesanteur)</u>

Le rugby est un sport d'équipe qui s'est développé dans les pays anglo-saxons à la fin du XIX^{ème} siècle.
Pour simplifier l'étude, les joueurs et le ballon seront supposés ponctuels.

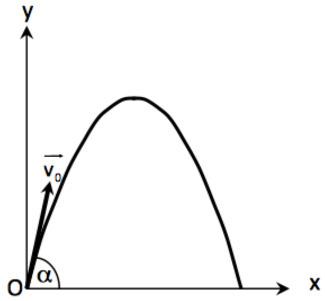
Document : La chandelle
Au rugby, une « chandelle » désigne un coup de pied permettant d'envoyer le ballon en hauteur par-dessus la ligne de défense adverse. L'objectif pour l'auteur de cette action est d'être au point de chute pour récupérer le ballon derrière le rideau défensif.
D'après http://www.francerugby.fr/

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Le champ de pesanteur terrestre est considéré uniforme, de valeur $g = 9,81\ N.kg^{-1}$.
On négligera toutes les actions dues à l'air.

Le joueur A est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vecteur vitesse $\overrightarrow{v_1}$.
Afin d'éviter un plaquage, il réalise une chandelle au-dessus de son adversaire.
On définit un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$:

- origine : position initiale du ballon ;
- vecteur unitaire $\vec{\imath}$ de même direction et de même sens que $\overrightarrow{v_1}$;
- vecteur unitaire $\vec{\jmath}$ vertical et vers le haut.

À l'instant t = 0 s, le vecteur vitesse du ballon fait un angle α égal à 60° avec l'axe Ox et sa valeur est $v_0 = 10,0\ m.s^{-1}$.
Le graphique ci-dessous représente la trajectoire du ballon dans le repère choisi.



1. Étude du mouvement du ballon.

1.1. Établir les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération du point M représentant le ballon.

1.2. Montrer que les équations horaires du mouvement du point M sont :

$$x(t) = (v_0 \,.\, \cos\alpha).t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (v_0 \,.\, \sin\alpha).t$$

2. En déduire l'équation de la trajectoire du point M :

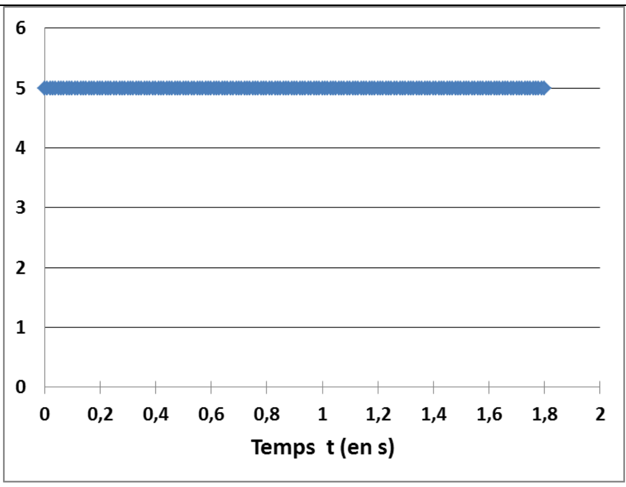
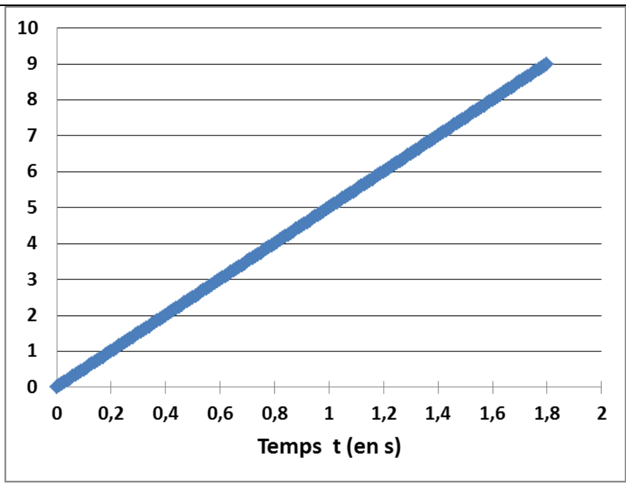
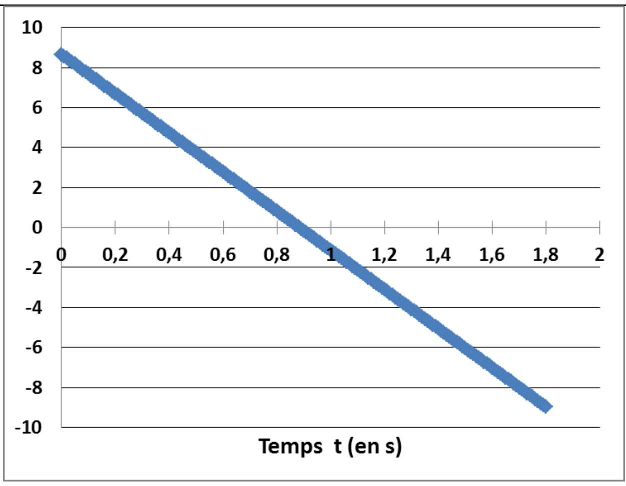
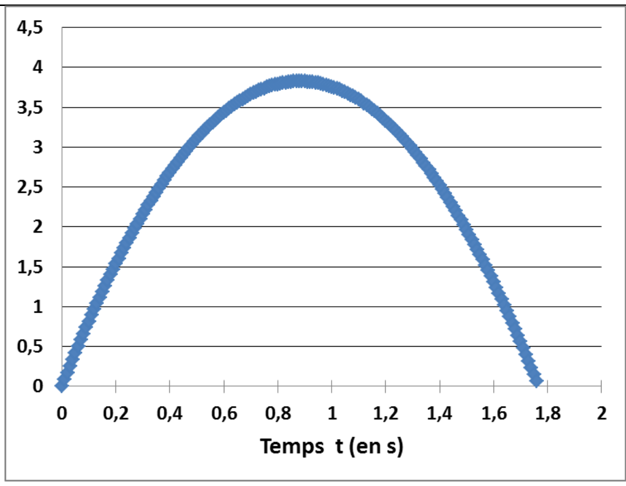
$$y(x) = -\frac{g}{2(v_0.\cos\alpha)^2}.x^2 + (\tan\alpha).x$$

3. Le tableau de la page suivante rassemble les représentations graphiques de l'évolution dans le temps des grandeurs x, y, v_x et v_y, coordonnées des vecteurs position et vitesse du point M. Dans le tableau, écrire sous chaque courbe l'expression de la grandeur qui lui correspond et justifier.

4. Une « chandelle » réussie

4.1. Déterminer par le calcul le temps dont dispose le joueur pour récupérer le ballon avant que celui-ci ne touche le sol.
Vérifier la valeur obtenue en faisant clairement apparaître la réponse sur l'un des graphes du tableau ci-dessus.

4.2 Déterminer de deux manières différentes la valeur de la vitesse v_1 du joueur pour que la chandelle soit réussie.

	
Équation : Justification :	Équation : Justification :
	
Équation : Justification :	Équation : Justification :

<u>Exercice n°4 : Water bottle flip (Mouvement dans un champ de pesanteur)</u>

Le « water bottle flip » est un jeu d'adresse consistant à lancer une bouteille plastique partiellement remplie d'eau afin qu'elle se pose verticalement sur sa base sur une table placée à proximité. Il faut beaucoup s'entraîner pour réussir un « water bottle flip ». Initialement, la bouteille n'est tenue que par son col. Le mouvement ascendant du bras communique la vitesse juste suffisante à la bouteille. Tandis qu'elle monte puis redescend, celle-ci tourne sur elle-même.

Quelques photos successives tirées d’une vidéo montrant un lancer réussi.		 (a)	 (b)
 (c)	 (d)	 (e)	 (f)
 (g)	 (h)	 (i)	 (j)

Dans cet exercice, on se propose d’étudier le mouvement du centre de masse de la bouteille.

Le système considéré est l’ensemble {bouteille + eau} de masse m = 162 g dont on étudie le mouvement du centre de masse, noté G.

Le système évolue dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$ uniforme.

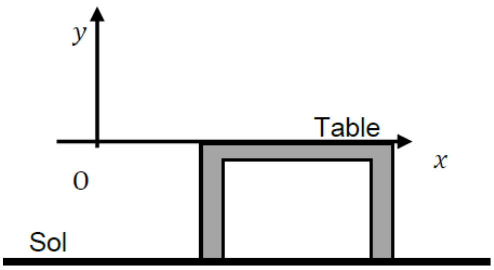


figure 1

On fait l’hypothèse que l’action de l’air est négligeable.

Le mouvement est étudié dans le système d’axes (Oxy) (Cf. **figure 1**).

À la date t = 0 s, le centre de masse G est placé à l’origine du repère O et sa vitesse initiale, notée $\overrightarrow{v_0}$ a une direction faisant un angle α avec l’axe horizontal (Ox).

Recherche des conditions initiales sur la vitesse

Grâce à la vidéo montrant un lancer réussi, on a pu pointer la position du centre de masse G à différents instants.
Sur la **figure 2**, la durée entre deux positions successives est $\tau = 40$ ms.
L’échelle est donnée par la bouteille dont la hauteur est 18,8 cm.

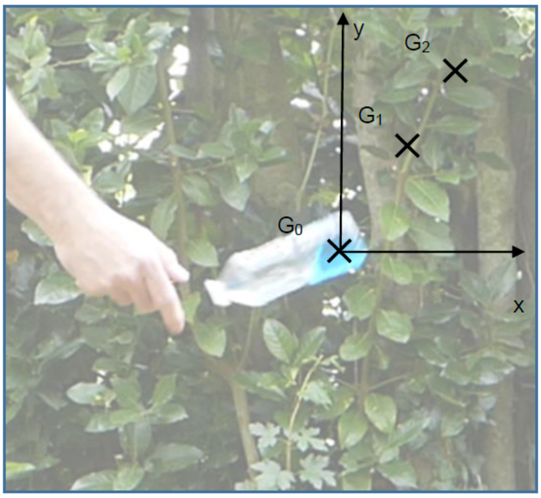


figure 2 : chronophotographie du mouvement du centre de masse G lors du « water bottle flip » réussi.

1) Représenter sur la copie, le système d'axes (Oxy), le vecteur $\overrightarrow{v_0}$, l'angle α ainsi que les coordonnées v_{0x} et v_{0y} et l'allure de la trajectoire du centre de masse de la bouteille.

2) À partir des données expérimentales fournies et de la **figure 2**, vérifier que la valeur expérimentale v_0 du vecteur initial $\overrightarrow{v_0}$ est proche de 3,6 m.s^{-1}

3) Proposer une méthode permettant de déterminer expérimentalement la valeur de l'angle α.

Modélisation du déplacement du centre de masse

4) En précisant la loi utilisée, donner les expressions des coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse : $a_x(t)$ et $a_y(t)$.

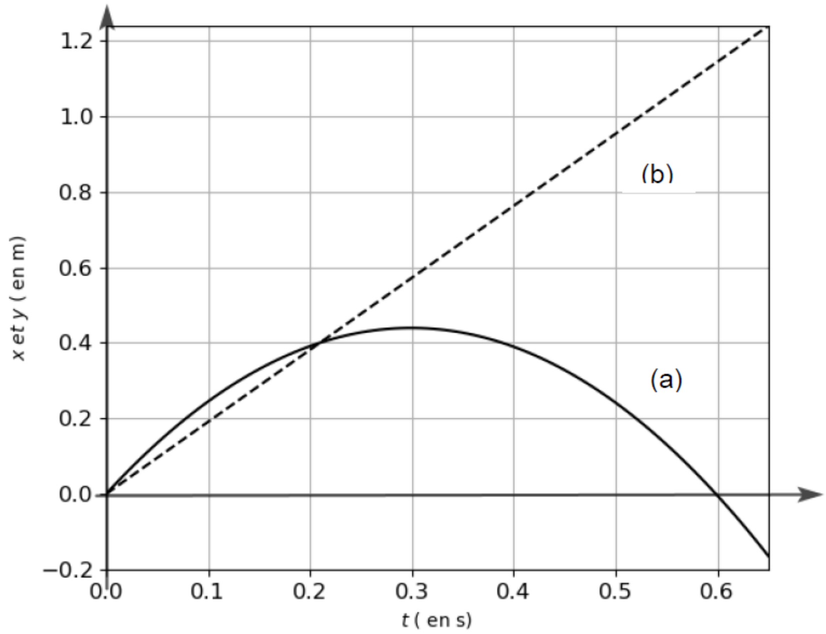
5) En déduire les expressions des coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse du centre de masse et montrer que les équations horaires du mouvement sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_0.\cos(\alpha).t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}.g.t^2 + v_0.\sin(\alpha).t \end{cases}$$

Pour déterminer la distance à laquelle tombe la bouteille par rapport au point O, on crée un programme en langage python dont un extrait est présenté ci-dessous. Ce programme utilise les équations horaires modélisant le déplacement du centre de masse et les valeurs expérimentales : v_0 = 3,6 m·s^{-1} α = 59 ° g = 9,81 m·s^{-2}

```
g = 9.81   # Intensité du champ de pesanteur en m /s²

v₀ = float(input('valeur de la vitesse initiale(en m/s) : v₀ = ')
alpha = float(input('valeur de l'angle de tir(en degré) : alpha = ')

# Tracé des courbes horaires

t=np.linspace(0,0.65,100)
for i in t :
    x = v₀*cos(alpha*pi/180)*t      #calcul de x à la date t
    y = -0.5*g*t**2+[     ]*t    #calcul de y à la date t

plt.plot(t,x,'k--',label='x en fonction de t')
plt.plot(t,y,'k',label='y en fonction de t')

```

L'exécution de ce programme permet d'obtenir le graphique ci-dessous qui modélise l'évolution des coordonnées (x, y), exprimées en mètre, du point G au cours du temps.



6) Associer chacun de ces tracés à $x(t)$ et $y(t)$.
7) Préciser ce qui est caché par le rectangle gris dans la ligne 15 du programme (expression ou valeur).

On estime que le centre de masse G se trouve à une hauteur voisine de 2 cm du fond de la bouteille lorsque celle-ci se pose sur la table.

8) Estimer la durée du mouvement de la bouteille obtenue par la modélisation.

La durée du mouvement de la bouteille lors de la réalisation de ce « water bottle flip » a été mesurée. On a obtenu Δt = (0,50 ± 0,05) s.

9) Proposer au moins une explication permettant de rendre compte de l'écart entre cette durée réelle et la durée obtenue par la modélisation.
10) À l'aide du modèle, déterminer la distance à laquelle la bouteille tombe sur la table par rapport à l'origine du repère. Indiquer ce qu'il est possible de prévoir pour la distance réelle.