Exercices chapitre 6 - CORRECTION

Exercice n°1 : ISS

1) $P = m.g = 595\times10^3 \times 9{,}81 = 5{,}84\times10^6$ N
2) $F = 9.f = 9 \times 845\times10^3 = 7{,}61\times10^6$ N
3) D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système {fusée} dans le référentiel terrestre du sol, on a $\vec{P}+\vec{F}=m.\vec{a}$.

Par projection suivant un axe vertical orienté vers le haut : $-P + F = m.a_y$

$a_y = \dfrac{-P+F}{m} = \dfrac{-5{,}84\times10^6+7{,}61\times10^6}{595\times10^3} = 2{,}97\ \text{m.s}^{-2}$

$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$ or $a_x = 0$ car aucune force n'agit horizontalement suivant l'axe des abscisses.

$a = 2{,}97\ \text{m.s}^{-2}$

4) $a_{moy}=\dfrac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}=\dfrac{v_{son}-0}{\Delta t}$ → $a_{moy}=\dfrac{340}{60} = 5{,}7\ \text{m.s}^{-2}$
5) L'accélération moyenne a_{moy} est plus grande que l'accélération initiale a.

Cette différence peut être due au fait que les forces qui s'exercent sur la fusée sont variables au cours du mouvement. Par exemple la force poids diminue puisque la fusée consomme du carburant (perte de masse), ainsi la force de poussée prédomine de plus en plus et est responsable de l'augmentation progressive de l'accélération.

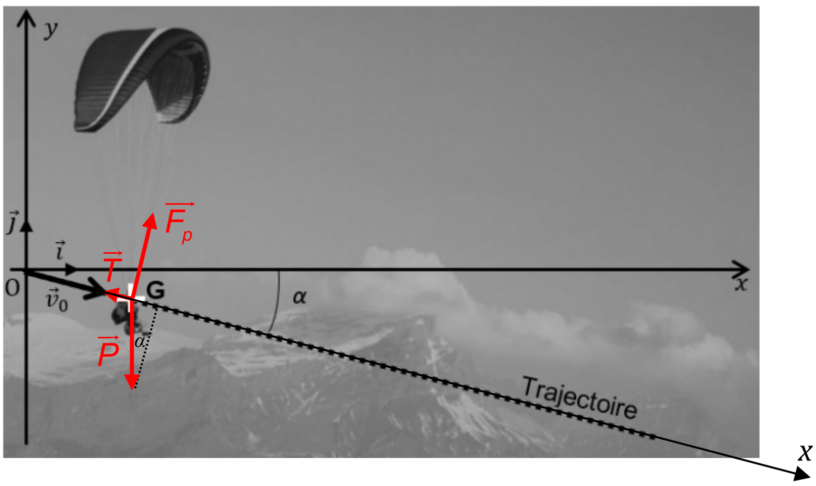
Exercice n°2 : Parapente

1. Vitesse du système

$\vec{v}=\dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc $\vec{v}\begin{cases}v_x(t)=11{,}0\\ v_y(t)=-1{,}1\end{cases}$ → $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$ → $v=\sqrt{11{,}0^2+(-1{,}1)^2} = 11\ \text{m.s}^{-1}$

2) Les composantes de $\vec{v}$ sont indépendantes du temps donc $\vec{v}=\overrightarrow{Cte}$ alors le mouvement est rectiligne et uniforme.

$\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\vec{0}$.



3) $tan\,\alpha=\dfrac{|v_y(t=0)|}{v_x(t=0)}$

α = arctan $\dfrac{1{,}1}{11{,}0}$ = 5,7°

4) $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}}=m.\vec{a}$

$\vec{P}+\vec{T}+\vec{F_p}=m.\vec{a}$

Par projection suivant l'axe Ox'

$P_{x'} + T_{x'} + F_{px'} = m.a_{x'}$

sin α = $\dfrac{P_{x'}}{P}$

P . sinα – T + 0 = 0

$m.g$. sinα = T

5) $T = \frac{1}{2}.\rho.v^2.S.C_x = m.g.\sin\alpha$

$C_x = \frac{2.m.g.\sin\alpha}{\rho.v^2.S.}$

$C_x = \frac{2\times 87,7\times 9,81\times \sin 5,7°}{1,14\times 11^2\times 22,6}$ = $5,5\times10^{-2}$

$u(C_x) = 2.C_x.\left(\frac{u(v)}{v}\right)$

$u(C_x) = 2\times 5,5\times 10^{-2}\times\left(\frac{1}{11}\right)$ = $9,967\times10^{-3}$ on garde un seul chiffre significatif et on arrondit par excès, ainsi $u(C_x) = 1\times10^{-2}$.
L'incertitude porte sur les centièmes, donc on arrondit C_x au centième.
$C_x = 0,05 \pm 0,01$

6) La valeur du C_x 0,05 ± 0,01 obtenue est très proche de celle d'un corps profilé de 0,04.

La voile est donc profilée.

$z = \frac{|m_{mes} - m_{réf}|}{u(m)}$

$z = \frac{|0,05-0,04|}{0,01}$ = 1 < 2

La mesure est en accord avec la valeur de référence.

<u>Exercice n°3 : Le rugby</u>

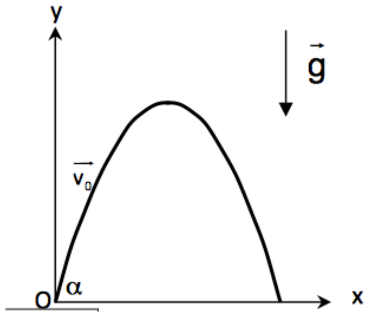
1.1.1. On étudie le système {ballon}, de masse m constante, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les actions dues à l'air étant négligées, le ballon n'est soumis qu'à son poids, $\vec{P} = m.\vec{g}$.

La deuxième loi de Newton appliquée au ballon donne :

$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ avec $\frac{d\vec{p}}{dt} = m.\vec{a}$

Soit $\vec{P} = m.\vec{a}$, $m\vec{g} = m\vec{a}$

d'où : $\vec{a} = \vec{g}$.



En projection dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, il vient : $\boxed{\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}}$

1.1.2. On a : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ soit $\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$ donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g\cdot t + C_2 \end{cases}$

où C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales.

Or $\vec{v}(t=0) = \vec{v_0}$ avec $\vec{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0.\sin\alpha \end{cases}$ donc $\begin{cases} C_1 = v_0.\cos\alpha \\ 0 + C_2 = v_0.\sin\alpha \end{cases}$ $\boxed{\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0.\cos\alpha \\ v_y = -g\cdot t + v_0.\sin\alpha \end{cases}}$

Et : $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ soit $\vec{v}\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_0.\cos\alpha \\ \dfrac{dy}{dt} = -g\cdot t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$ donc $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = (v_0.\cos\alpha).t + C'_1 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g\cdot t^2 + (v_0.\sin\alpha.)t + C'_2 \end{cases}$

où C'_1 et C'_2 sont des constantes d'intégration.

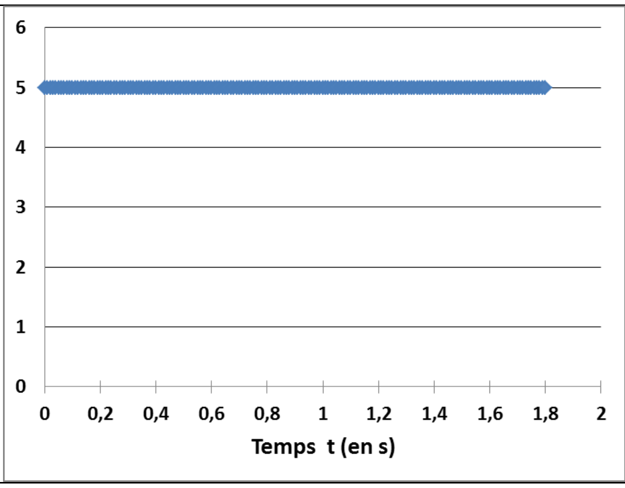
Or $\overrightarrow{OM}(t=0) = \vec{0}$ donc $\begin{cases} 0 + C'_1 = 0 \\ 0 + 0 + C'_2 = 0 \end{cases}$ Finalement : $\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = (v_0.\cos\alpha).t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g\cdot t^2 + (v_0.\sin\alpha).t \end{cases}}$

1.1.3. On isole le temps « t » de l'équation x = (v_0.cosα).t soit $t = \dfrac{x}{v_0.\cos\alpha}$

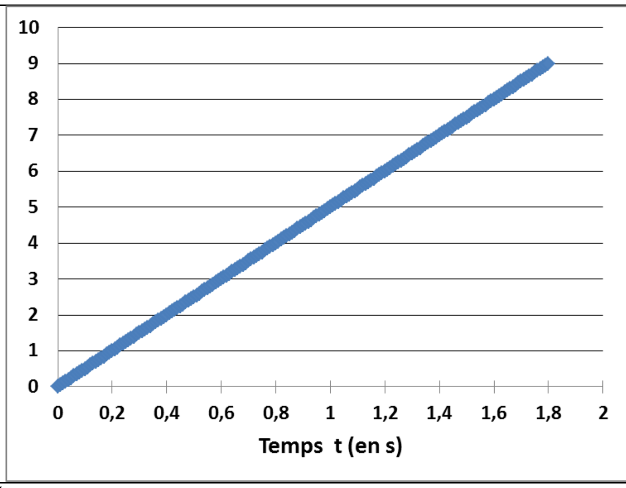
Pour avoir l'équation de la trajectoire y(x), on reporte l'expression de t dans y(t) :

$y(x) = -\dfrac{1}{2}g\cdot\left(\dfrac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)^2 + v_0.\sin\alpha.\left(\dfrac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)$ soit $\boxed{y(x) = -\dfrac{g}{2.(v_0.\cos\alpha)^2}.x^2 + \tan\alpha.x}$

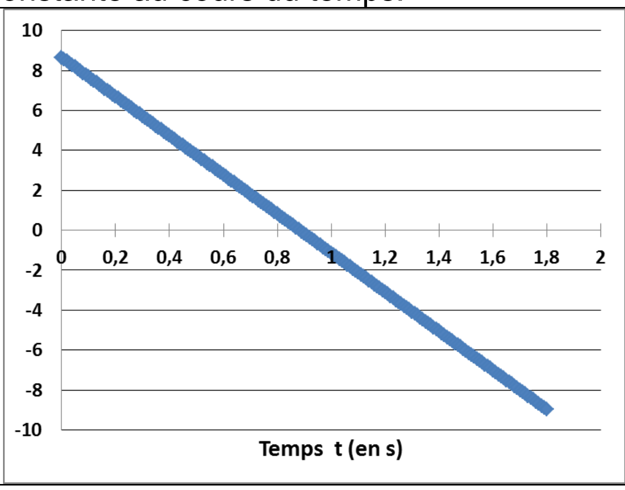
1.1.4.



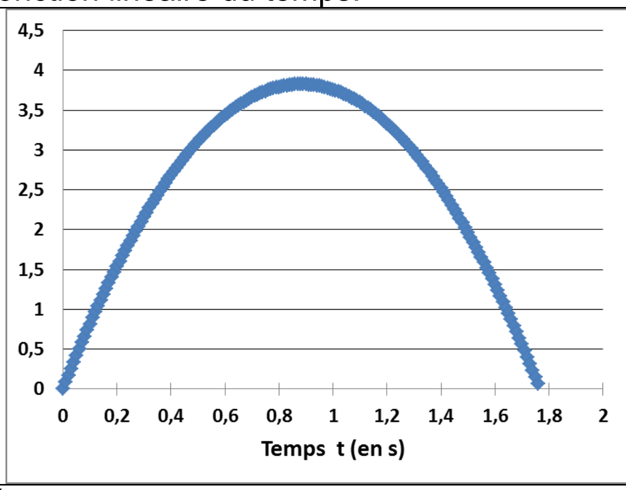
Équation : **v_x(t) = v_0.cosα**
Justification : le graphe est une droite horizontale. Seule la composante v_x est constante au cours du temps.



Équation : **x(t) = v_0.cosα.t**
Justification : le graphe est une droite passant par l'origine. Seule la composante x(t) est une fonction linéaire du temps.



Équation : **v_y(t) = – g.t + v_0.sinα**
Justification : le graphe est une droite décroissante, donc son coefficient directeur est négatif. Seule la composante v_y est une



Équation : **y(t) = – ½.g.t² + v_0.sinα.t**
Justification : le graphe est une parabole de concavité tournée vers le bas. Seule la composante y(t) est une fonction parabolique du temps.

fonction affine avec un coefficient directeur négatif (– g).	

2.2 Une « chandelle » réussie

2.2.1. Lorsque le ballon touche le sol, y(t) = 0

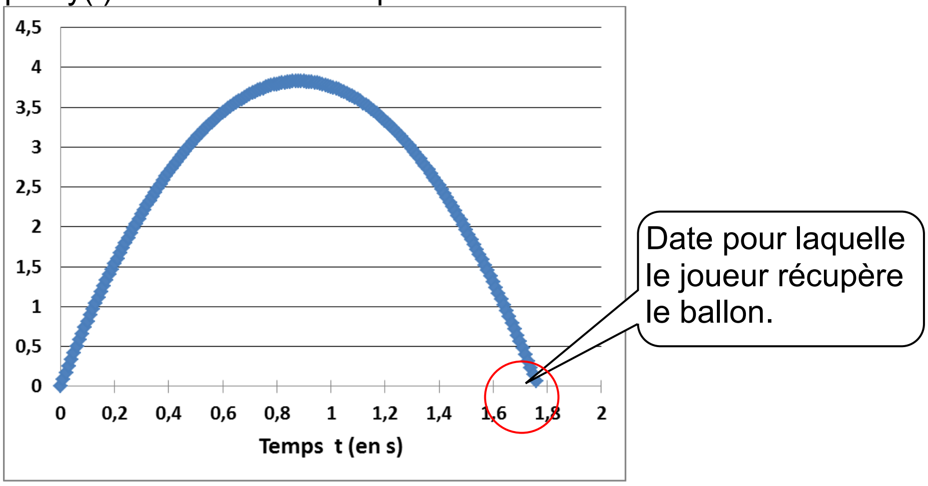
soit $-\frac{1}{2}g\cdot t^2 + v_0.\sin\alpha.t = 0$ donc $\left(-\frac{1}{2}g\cdot t + v_0.\sin\alpha\right).t = 0$

La solution t = 0 correspond au moment où le ballon est frappé par le rugbyman à l'origine du repère. La solution $-\frac{1}{2}g\cdot t + v_0.\sin\alpha = 0$ correspond à la date pour laquelle le joueur récupère le ballon :

$-\frac{1}{2}g\cdot t + v_0.\sin\alpha = 0$ soit $\frac{1}{2}g\cdot t = v_0.\sin\alpha$ d'où : $\boxed{t = \frac{2.v_0.\sin\alpha}{g}}$

$t = \frac{2\times 10\times \sin(60)}{9{,}81}$ = **1,8 s.**

On vérifie bien sur le graphe y(t) la valeur obtenue par calcul :



2.2.2.

Méthode 1 : pour que la chandelle soit réussie, la vitesse v_1 du joueur doit être égale à la composante horizontale v_x de la vitesse du ballon soit :

$$v_1 = v_0.\cos\alpha$$

$$v_1 = 10{,}0\times\cos(60) = \mathbf{5{,}0\ m.s^{-1}}$$

Méthode 2 : pendant la durée t = 1,8 s du vol du ballon, le joueur parcourt la distance d = x(t= 1,8 s) :

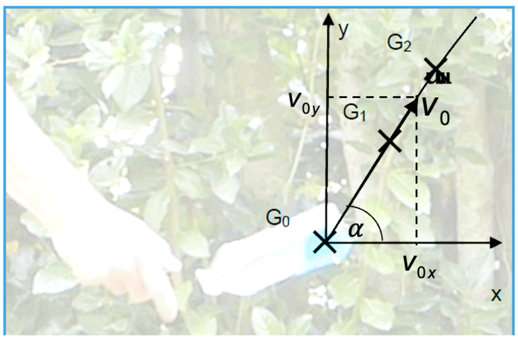
$$x(t) = v_0.\cos\alpha.t$$

$$d = 10{,}0\times\cos(60)\times 1{,}8 = 9{,}0\ m$$

La vitesse v_1 du joueur est alors : $v_1 = \frac{d}{t}$ soit : $v_1 = \frac{9{,}0}{1{,}8}$ = **5,0 m.s⁻¹.**

<u>**Exercice n°4 : Water bottle flip**</u>

1)



2) Entre les points G_0 et G_1, la vitesse v_0 s'écrit : $v_0 = \frac{G_0G_1}{t_1 - t_0} = \frac{G_0G_1}{\tau}$ avec t = 40 ms.

Bouteille : 18 cm en réalité et 2,2 cm sur la photo.

G_0G_1 : 1,7 cm sur la photo donc en réalité : $G_0G_1 = \frac{1,7 \times 18}{2,2}$ = 14 cm = $1,4\times10^{-1}$ m.

$v_0 = \frac{1,4 \times 10^{-2}}{40 \times 10^{-3}}$ = 3,5 m.s^{-1}. Valeur proche de la valeur 3,6 m.s^{-1}.

3) On appelle H le projeté du point G_1 sur l'axe Ox. Dans le triangle G_0G_1H rectangle en H, on a

$\sin\alpha = \frac{G_1H}{G_0G_1}$. On a mesuré G_0G_1 = 1,7 cm et on mesure G_1H = 1,5 cm donc :

$\alpha = \arcsin\left(\frac{G_1H}{G_0G_1}\right) \arcsin\left(\frac{1,5}{1,7}\right)$ =62°

4) Système {bouteille} de centre de masse G. Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'axes (Oxy).

Force : $\vec{P} = m\cdot\vec{g}$ l'action de l'air est négligeable.

La deuxième loi de Newton impose : $\sum\overrightarrow{F_{ext}} = m\cdot\vec{a}$ soit : $\vec{P} = m\cdot\vec{a} \Leftrightarrow m\cdot\vec{g} = m\cdot\vec{a} \Leftrightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$

En projection dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ et compte tenu du vecteur $\vec{g}$ vertical et orienté vers le bas, il vient : $\vec{a}\begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$

5) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ et $a_y = \frac{dv_y}{dt}$

Ainsi en primitivant, on obtient $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g.t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

Coordonnées du vecteur vitesse initiale : $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0.\sin\alpha \end{cases}$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a : $\vec{v}(0)\begin{cases} v_0.\cos\alpha = Cte_1 \\ v_0.\sin\alpha = Cte_2 \end{cases}$

Finalement : $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0.\cos\alpha \\ v_y(t) = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$

À chaque instant $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc $v_x = \frac{dx}{dt}$ et $v_y = \frac{dy}{dt}$

En primitivant, on obtient : $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0.\cos\alpha.t + Cte_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à t = 0 s, le projectile est au point de coordonnées ($x(0) = 0$; $y(0) = 0$) donc : $\overrightarrow{OG}(0)\begin{cases}0 = Cte_3\\0 = Cte_4\end{cases}$

Finalement, on obtient les équations horaires $\overrightarrow{OG}\begin{cases}x(t) = v_0.\cos\alpha.t\\y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t\end{cases}$

6) La droite en pointillés (b) passe par l'origine. Elle correspond à $x(t)$ car l'expression $x(t)$ = v_0.cosa.t montre que x est proportionnel au temps t.

La courbe (a) est une parabole de concavité tournée vers le bas. Elle correspond à $y(t)$ car l'expression $y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t$ montre que y est une fonction parabolique du temps t dont le terme devant t^2 est négatif.

7) Le terme caché dans le rectangle gris est : $v_0 * \sin(\mathbf{alpha} * \mathbf{pi} / 180)$

8) Lorsque la bouteille touche la table $y(t)$ = 2 cm = 0,02 m.

Graphiquement, en écartant la solution t = 0 s, on lit : t = 0,60 s. (C'est presque confondu avec la valeur y = 0)

<u>Remarque</u> : on peut résoudre l'équation du 2nde degré également :

$y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t$ **= 0,02** soit $-\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha) \times t - 0{,}02 = 0$

En utilisant la méthode du discriminant : On trouve t = 0,62 s

9) La durée réelle du mouvement est comprise entre 0,45 s et 0,55 s.

La durée obtenue par la modélisation est 0,60 s. Elle n'appartient pas à l'intervalle de la durée réelle. Cet écart peut être expliqué par le fait que, dans la modélisation, on a négligé les actions de l'air sur la bouteille et le mouvement de l'eau dans la bouteille.

10) Pour t = 0,60 s on lit : x = 1,15 m.

La distance réelle sera certainement inférieure à 1,15 m à cause des frottements de l'air.