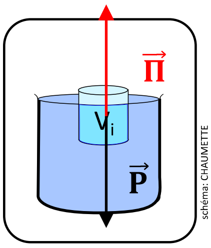
C13 TP2 – Fiches prof

Groupe 1 : Le glaçon fond-il ?

Résolution :



D'après la première loi de Newton : $\vec{\Pi} + \vec{P} = \vec{0}$

D'où $-\rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{im}} \times \vec{g} + \rho_{\text{glaçon}} \times V_{glaçon}\,\vec{g} = \vec{0} \Leftrightarrow V_{\text{im}} = \frac{\rho_{\text{glaçon}}}{\rho_{\text{fluide}}} \times V_{glaçon}$

Conservation de la masse : $\rho_{\text{glaçon}} \times V_{glaçon} = \rho_{\text{eau (l)}} \times V_{glaçon\ fondu}$

$$V_{glaçon\ fondu} = \frac{\rho_{\text{glaçon}}}{\rho_{\text{eau}}} \times V_{glaçon}$$

Or $\rho_{\text{eau(l)}} = \rho_{\text{fluide}} \Longrightarrow V_{glaçon\ fondu} = V_{\text{im}}$ donc Le verre ne déborde pas !

Groupe 2 : Injection d'un vaccin

Aide 1.1 :
A quelle grandeur physique correspond la valeur de 1 mL en 10 s ?
Convertir cette valeur en mL/s puis en m^3/s.
Aide 1.2 :
Quelle formule mathématique permet de calculer la surface d'un disque ?
Aide 1.3 :
Calculer le diamètre minimal de l'aiguille afin que la vitesse de la solution injectée ne dépasse pas $0{,}40\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ dans l'aiguille.
Aide 2 :
Que peut-on dire du débit volumique dans la seringue par rapport au débit volumique dans l'aiguille ?
Aide 3 :
Quelle est le volume de solution à injecter ?

Eléments de correction

1. Afin de minimiser la douleur du patient, le médecin doit injecter la solution dans le corps avec un débit volumique : $D_{V\ aiguille} = 0{,}10\ \mathrm{mL \cdot s^{-1}} = 0{,}10.10^{-6}\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$ (doc. 4).

On peut alors calculer le diamètre minimal de l'aiguille afin que la vitesse de la solution injectée ne dépasse pas $0{,}40\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ dans l'aiguille :

$$D_{\min aiguille} = \sqrt{\frac{4 \times D_{V\ aiguille}}{\pi \times v_{max\ aiguille}}} = \sqrt{\frac{4 \times 0{,}10.10^{-6}}{\pi \times 0{,}40}} = 5{,}6.10^{-4}\ \mathrm{m} = \mathbf{0{,}56\ mm}$$

Le médecin doit choisir une aiguille avec un diamètre le plus fin possible (doc. 2) mais dont la valeur doit être supérieure ou égale à $D_{min\ aiguille}$.
Il doit donc choisir une **aiguille bleue de longueur 30 mm ou 60 mm** (doc. 2 : longueur ≥ 25 mm)

2. Afin de minimiser la douleur du patient, le médecin doit injecter la solution dans le corps avec un débit volumique : $D_{V\ aiguille} = 0{,}10\ \mathrm{mL \cdot s^{-1}} = 0{,}10.10^{-6}\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$ (doc. 4).

A l'aide de la conservation du débit volumique entre l'aiguille et la seringue $\left(D_{V\ aiguille} = D_{V\ seringue}\right)$, on peut calculer la vitesse de poussée du piston de la seringue :

$$v_{piston} = \frac{D_{V\ seringue}}{S_{seringue}} = \frac{D_{V\ aiguille}}{\pi \times R^2_{seringue}} = \frac{0,10.\,10^{-6}}{\pi \times \left(\frac{4,70.\,10^{-3}}{2}\right)^2}$$

$$= 5,8.\,10^{-3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = \mathbf{0,58\ cm \cdot s^{-1}}$$

3. Durée de l'injection dans ces conditions : $\Delta t = \frac{V}{D_V} = \frac{0,30}{0,10} = \mathbf{3,0\ s}$

Groupe 3 : Hypertension artérielle

Aide à apporter aux élèves :

1) Pour déterminer si le pression souffre d'hypertension , il faut calculer la pression en B en utilisant la relation de Bernouilli

2) Pour calculer la vitesse du sang en B et en A , on utilise les valeurs données du débit volumique sanguin et du rayon de l'artère .

3) L'artère est horizontale donc $z_A = z_B$

Résolution :

Les sections droites en A et en B sont des disques. On en déduit leurs aires respectives $S_A = \pi\left(\frac{r}{4}\right)^2$ et $S_B = \pi r^2$.

Le sang est un fluide incompressible et on est en régime permanent.

Le débit volumique D_V est donc le même en A et en B :

$$D_V = v_A S_A = v_B S_B$$

On en déduit les vitesses du sang :

- au point A : $v_A = \frac{D_V}{\pi\left(\frac{r}{4}\right)^2} = 6,37\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$;
- au point B : $v_B = \frac{D_V}{\pi r^2} = 0,40\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Les hypothèses d'application de la relation de Bernoulli sont vérifiées : le fluide est incompressible, non visqueux, soumis au champ de pesanteur et on est en régime permanent d'après le doc. 1.

Par application de la relation de Bernoulli sur la ligne de courant (AB) :

$$P_A + \frac{1}{2}\rho_{sang} v_A^2 + \rho_{sang} g z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho_{sang} v_B^2 + \rho_{sang} g z_B$$

Or l'artère est horizontale donc $z_A = z_B$.

On en déduit :

$$P_B = P_A + \frac{1}{2}\rho_{sang}(v_A^2 - v_B^2) \geq 122\ \mathrm{kPa}$$

P_B est supérieure à la pression systolique maximale de 120 kPa : le patient soufre donc d'hypertension, d'après le doc. 2.

Groupe 4 : Trompe à eau

Convertir le débit volumique en $\mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$.

$$D_v = \frac{330 \times 10^{-3}}{3600} = 9{,}17 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$$

Calculer les vitesses d'écoulement v_A et v_B du fluide aux points A et B grâce à la conservation du débit volumique en écoulement permanent.

Par conservation du débit volumique pour un écoulement permanent :
$D_v = S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B$

$$v_A = \frac{D_v}{S_A} = \frac{D_v}{\pi \cdot r_A^2} = \frac{9{,}17 \times 10^{-5}}{\pi \times (4{,}4 \times 10^{-3})^2} = 1{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$v_B = \frac{D_v}{S_B} = \frac{D_v}{\pi \cdot r_B^2} = \frac{9{,}17 \times 10^{-5}}{\pi \times (1{,}5 \times 10^{-3})^2} = 13\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Appliquer la relation de Bernoulli à la ligne de courant définie par les points A et B.

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot v_A^2 + \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z_A + p_A = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot v_B^2 + \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z_B + p_B$$

Montrer que :

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot v_A^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot v_B^2 + \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z_A - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z_B = p_B - p_A$$

$$\Delta p = p_B - p_A = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot (v_A^2 - v_B^2) + \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

Calculer la valeur de la différence de pression.

$$\Delta p = p_B - p_A = \frac{1}{2} \times 1{,}0 \times 10^3 \times (1{,}5^2 - 13^2) + 1{,}0 \times 10^3 \times 9{,}81 \times (-6{,}5 \times 10^{-2})$$

$\Delta p = -8{,}4 \times 10^4$ Pa

Commenter le signe de Δp.

$\Delta p < 0$ donc $p_B < p_A$
La pression en B est inférieure à la pression en A.